

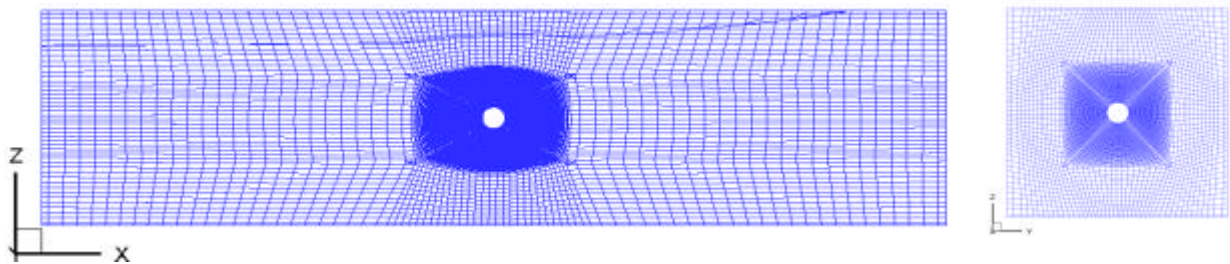
## **4 Numerische Untersuchung zur Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit**

Für eine korrekte Berechnung der Kollisionsrate muss die Auftreffwahrscheinlichkeit (auch als Kollisionseffizienz bezeichnet) berücksichtigt werden. Damit wird die Wirkung der Wechselwirkungsphänomene in partikelbeladenen Strömungen dargestellt, und es ergibt sich eine reduzierte Kollisionsrate. Da die experimentelle Untersuchung der turbulenten Auftreffwahrscheinlichkeit schwer durchführbar ist, basiert die Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen auf den Ergebnissen numerischer Berechnungen. Im Kapitel 2.4.2 wurden verschiedene Modellierungsansätze für die Auftreffwahrscheinlichkeit von Schuch & Löffler (1978), de Almeida (1979) und Pinsky et al. (1999) vorgestellt. Zur Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit wurde von verschiedenen Autoren das Querschnittsverhältnis zwischen dem effektiven Querschnitt und dem geometrischen Querschnitt als theoretischer Ansatz vorgeschlagen. Es herrscht jedoch Uneinigkeit bei den Autoren über die Bestimmung des effektiven Querschnittes für den Fall der turbulenten Umströmung. Zur Aufklärung dieser Uneinigkeit wurden im Rahmen dieser Arbeit 3-D Simulationen mit dem Euler/Lagrangeschen Verfahren zur Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen durchgeführt.

### **4.1 Numerisches Gitter und Randbedingungen**

Für die numerische Simulation mit dem Euler/Lagrangeschen Verfahren wurde ein numerisches Gitter mit einer einfachen Konfiguration (siehe Bild 14) erzeugt. In einem rechteckigen Strömungsvolumen befindet sich ein kugelförmiges Partikel, welche das Kollektorpartikel darstellt. Eine große Anzahl kleiner Partikeln wurden gleichverteilt auf einer Einlassfläche weit entfernt von dem Kollektor injiziert. Zur Berechnung der Partikelbewegung wurden diese als punktförmig betrachtet, also deren Umströmung nicht aufgelöst. Bei der Kollision der Partikel mit dem Kollektor wurde allerdings deren endliche Größe berücksichtigt. Für eine Kollision zwischen dem fixierten Kollektor und der umströmenden Partikel wird der Abstand zwischen beiden Partikelmittelpunkten berechnet und mit der Summe beider Partikelradien verglichen. Wenn der Abstand kleiner als die Summe beider Partikelradien ist, erfolgt eine Kollision. Das rechteckige Strömungsvolumen

wurde mit den Abmessungen  $L = 40d_k$  und  $B = H = 10d_k$  ausgelegt, wobei  $d_k$  der Durchmesser des Kollektors ist. Das numerische Gitter besteht aus einer Blockstruktur von 32 Gitterblöcken und ist aus etwa 360 000 Hexaedern zusammengesetzt. Für eine gute Auflösung des Strömungsfelds um die Kugel sowie die Auflösung des Einflusses der Kugeloberfläche wird das Gitter in diesem Bereich besonders verfeinert.



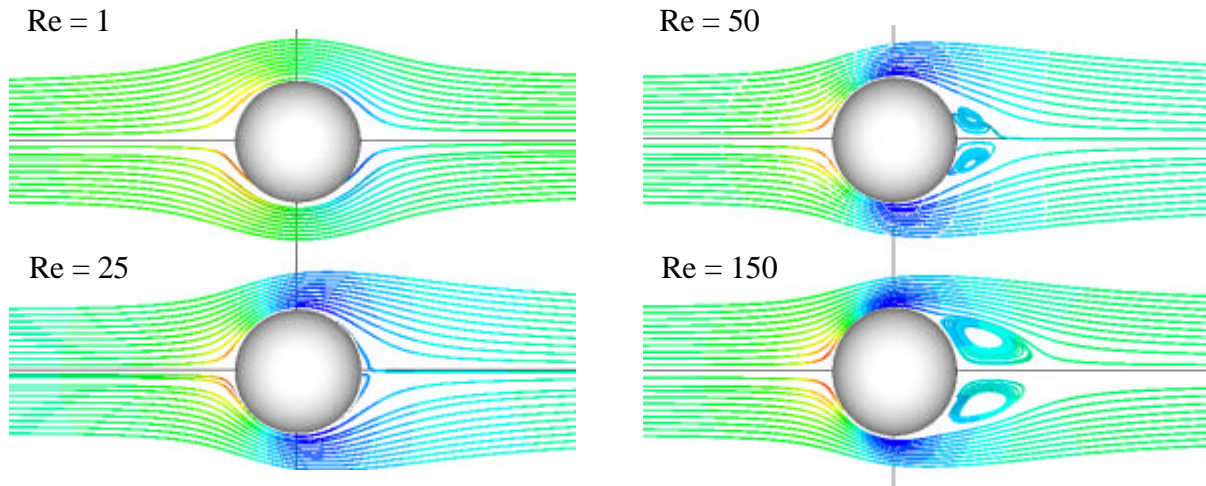
**Bild 14** Querschnitte durch das 3D-Gitter für die Kugelumströmung a) in Längsrichtung b) in Querrichtung

An der Kugeloberfläche wurde die Haftbedingung verwendet. Symmetrische Randbedingungen wurden für die seitlichen Wänden des Strömungsvolumens eingesetzt. Die Kollektorströmung wurde zunächst laminar berechnet. Für den turbulenten Fall wurde das  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell verwendet. Die Werte für beide Größen wurden am Eintritt so vorgegeben, dass eine bestimmte Turbulenzintensität und integrales Längenmaß realisiert werden konnte.

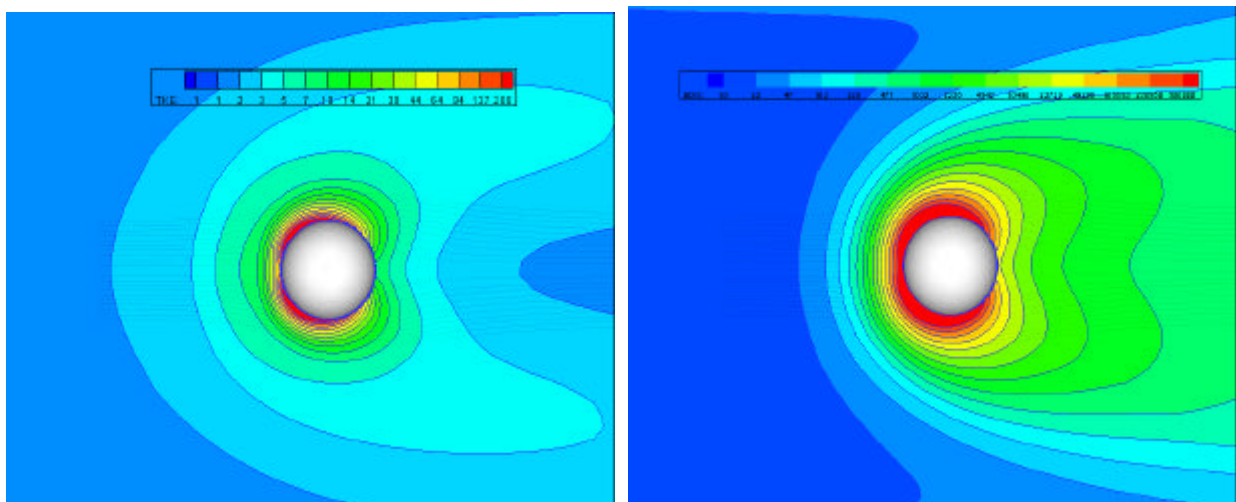
## 4.2 Die Strömung um die Kollektorpartikel

Für kleine Partikeln, die sich in der Fluidströmung bewegen, ist ein Reynoldszahl-Bereich von  $0,01 < Re < 300$  relevant, so dass zur Bestimmung der Auftreffwahrscheinlichkeit die Berechnung des Fluidströmungsfelds um den Kollektor in diesem Reynoldszahl-Bereich durchgeführt wurde. Bild 15 zeigt die Ergebnisse der Berechnung der stationären laminaren Strömung um die Kollektorpartikel anhand der Stromlinien um den Kollektor bei  $Re = 1, 25, 50, 150$ . Bei  $Re = 1$  ist die Strömung eine laminare schleichende Umströmung. Bei höherer Reynoldszahl  $Re > 25$  ist die Wirbelablösung der Stromlinie von der Kugeloberfläche sichtbar. Mit steigender Reynoldszahl verdichten sich die Stromlinien im Bereich der vorderen Hälfte der Kugel, und die Abmessung des Wirbelnachlaufs im hinteren Bereich der

Kugel vergrößern sich. Die Fluidströmung um eine Kugel wurde bereits von vielen Autoren experimentell sowie numerisch untersucht. Für den Reynoldszahl-Bereich  $Re < 210$  ist die Nachlaufströmung stationär, axialsymmetrisch und topologisch ähnlich. Die in dieser Arbeit berechneten Ergebnisse des Strömungsmusters haben große Ähnlichkeit mit den simulierten Ergebnissen von Johnson & Patel (1999).



**Bild 15** Berechnete axialsymmetrische, laminare Strömungsmuster um eine Kugel für  $Re = 1, 25, 50, 150$



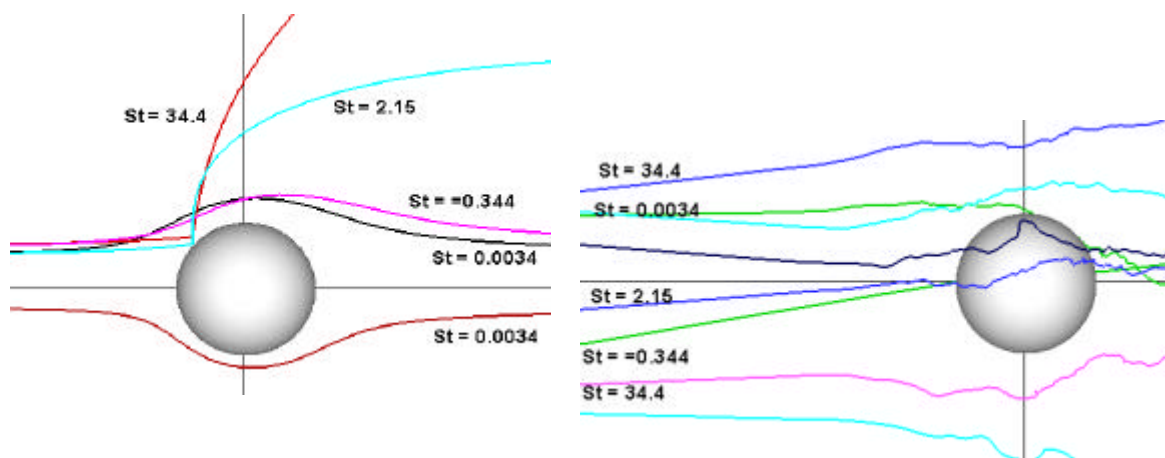
**Bild 16** Berechnete Konturen der turbulenten kinetischen Energie (links) und der Dissipationsrate (rechts) für die turbulente Umströmung um eine Kugel  $Re = 25, Tu = 5\%$ .

Zur Verdeutlichung der Turbulenzeffekte zeigt Bild 16 die Konturdarstellungen des turbulenten Feldes um den Kollektor. Hier werden die Verteilung der berechneten turbulenten

kinetischen Energie sowie der Energiedissipationsrate dargestellt. Die Ergebnisse der Berechnung zeigen, dass es ein Gebiet mit hohem turbulenten Anteil in der Grenzschicht der Kugeloberfläche gibt.

### 4.3 Ergebnisse der Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit

Für die Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit wurde eine große Anzahl an Partikeln durch das berechnete Strömungsfeld verfolgt. Die Berechnung der Partikeln wurde sowohl für den laminaren Fall als auch für den turbulenten Fall durchgeführt, wobei nur die Widerstandskraft berücksichtigt wurde. Beim laminaren Partikeltracking wurde in der Bewegungsgleichung nur die mittlere Fluidgeschwindigkeit betrachtet. Beim turbulenten Partikeltracking wurde zusätzlich das Markov-Sequenz-Dispersionsmodell verwendet, um die turbulenten Schwankungen der Fluidgeschwindigkeit für die Dispersion von Partikeln zu simulieren.

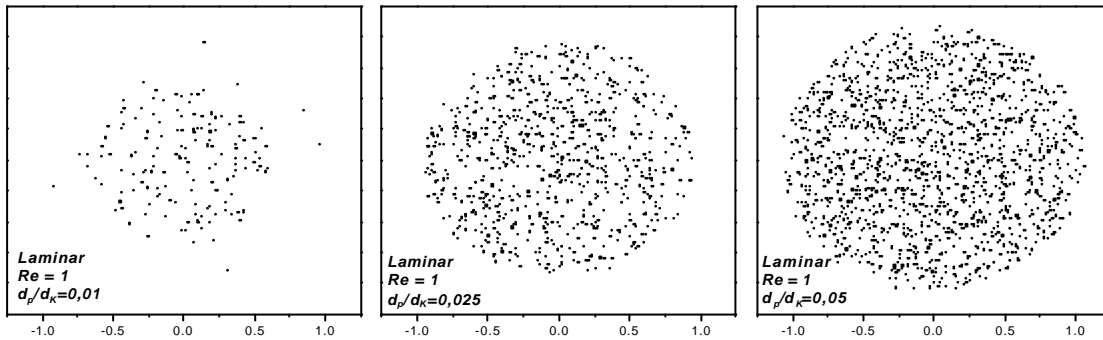


**Bild 17** Partikelbahnen um die Kollektorpartikel a) laminare Umströmung  $Re = 5$ , b) turbulente Umströmung  $Re = 5$ ,  $Tu = 10\%$ .

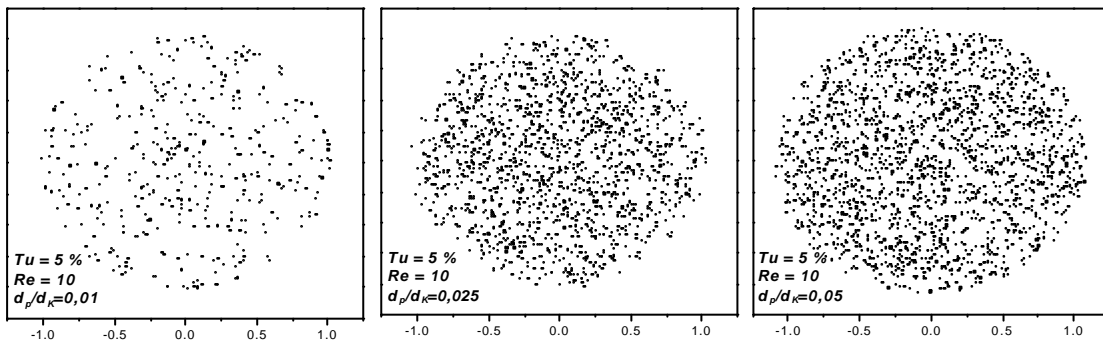
Im Bild 17 werden die Trajektorien der Partikeln für laminare und turbulente Umströmung miteinander verglichen. Im Bild 17a sind die Partikeltrajektorien im laminaren Strömungsfeld sehr glatt und geordnet. Die Partikeln mit großen Stokes-Zahlen kollidieren mit dem Kollektor. Die Partikeln mit kleinen Stokes-Zahlen folgen der Fluidströmung und weichen dem Kollektor aus. Bild 17b zeigt die Partikeln mit turbulenten Trajektorien. Im Bereich der

turbulenten Grenzschicht um die Kollektoroberfläche zeichnen sich die Trajektorien durch hohe Fluktuationen aus. Durch den Einfluss der turbulenten Dispersion bewegen sich die Partikeln aus dem Kollisionszylinder heraus. Es ist auch möglich, dass die Partikeln von außen in den Kollisionszylinder gelangen und mit dem Kollektor kollidieren.

a)



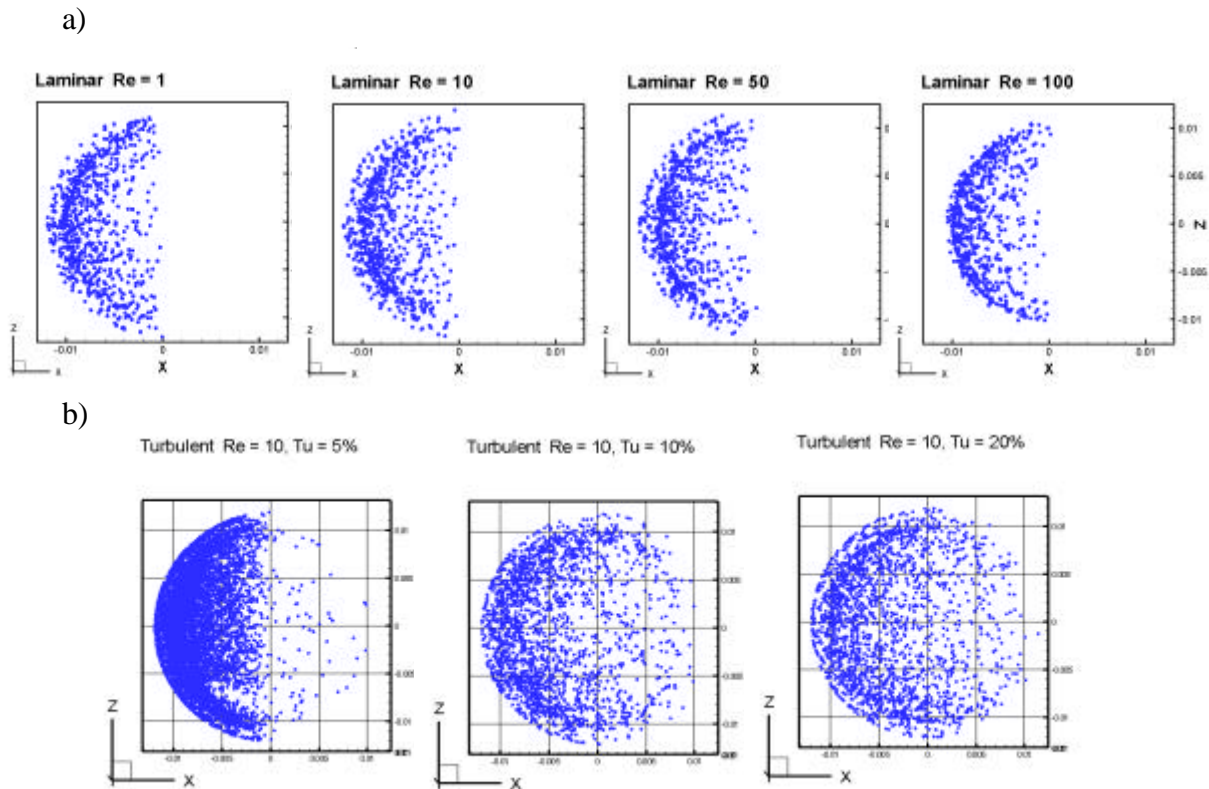
b)



**Bild 18** Verteilung der Injektionspositionen auf der Projektionsfläche des Kollisionszylinders  
a) laminare Strömung ( $Re = 1$ ), b) turbulente Strömung ( $Re = 10$ ;  $Tu = 5 \%$ ) nach Blei et al. (2002)

Durch die 3-D Simulationen konnten noch weitere detaillierte Ergebnisse zur Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit der Partikeln in turbulenten Strömungen gewonnen werden. Bild 18 zeigt die Eingangsverteilung der Partikeln, welche in einer Ebene mit einem Abstand von  $10d_k$  vor der Kollektorpartikel injiziert wurden. Nur die dargestellten Partikeln treffen auf die Kollektorpartikel. Diese Verteilungen stellen den effektiven Kollisionsquerschnitt dar. In laminarer Strömung ( $Re = 1$ ) ist der effektive Kollisionsquerschnitt ein Kreis, dessen Radius von der relativen Partikel-Stokes-Zahl (Durchmesserverhältnis) abhängig ist. Bei turbulenter Strömung treffen Partikeln, die an jedem beliebigen Punkt des Kollisionszylinders injiziert wurden, auf dem Kollektor. Die Verteilungsdichte der Injektionspositionen hängt von der relativen Partikel-Stokes-Zahl ab. Bild 19 zeigt die Verteilung der Auftreffpositionen der Partikeln auf der Kollektoroberfläche. Bei laminarer Strömung treffen die Partikeln nur auf

die vorderen Hälfte des kugelförmigen Kollektorpartikels, obwohl bei höherer Reynoldszahl ( $Re_K > 25$ ) Nachlaufwirbel hinter dem Kollektorpartikel gebildet werden. Bei turbulenter Strömung verteilen sich die Auftreffpositionen in Abhängigkeit der Turbulenzintensität über der gesamten Oberfläche der Kollektorpartikel.

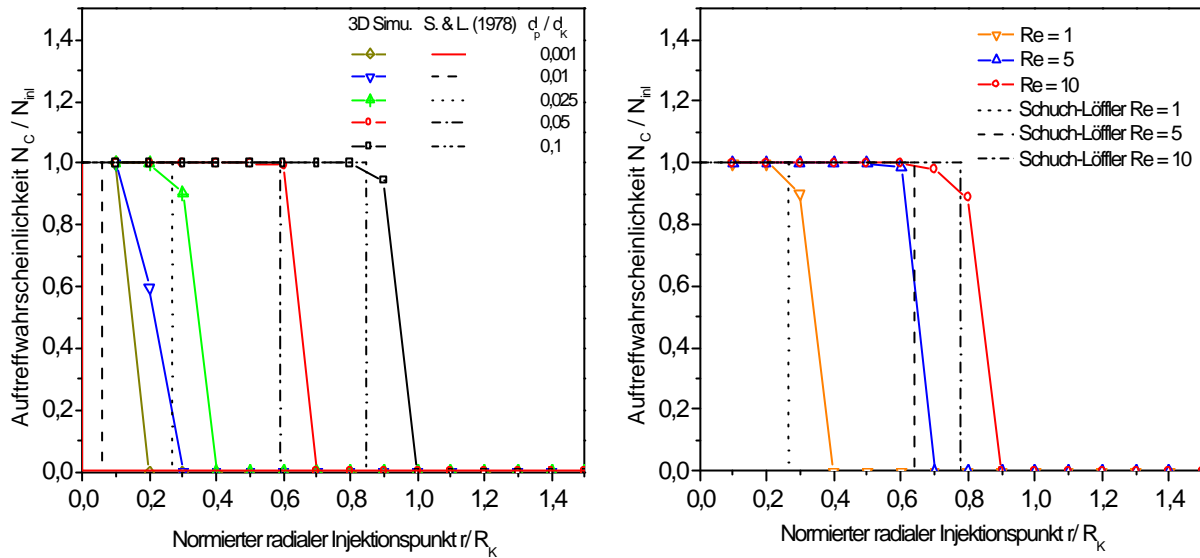


**Bild 19** Verteilung der Auftreffpositionen auf der Kollektoroberfläche a) laminare Strömung ( $Re = 1, 10, 50, 100$ ), b) turbulente Strömung ( $Re = 10$ ;  $Tu = 5-10-20\%$ ,  $d_p/d_K = 0,025$ ) nach Ho et al. (2003)

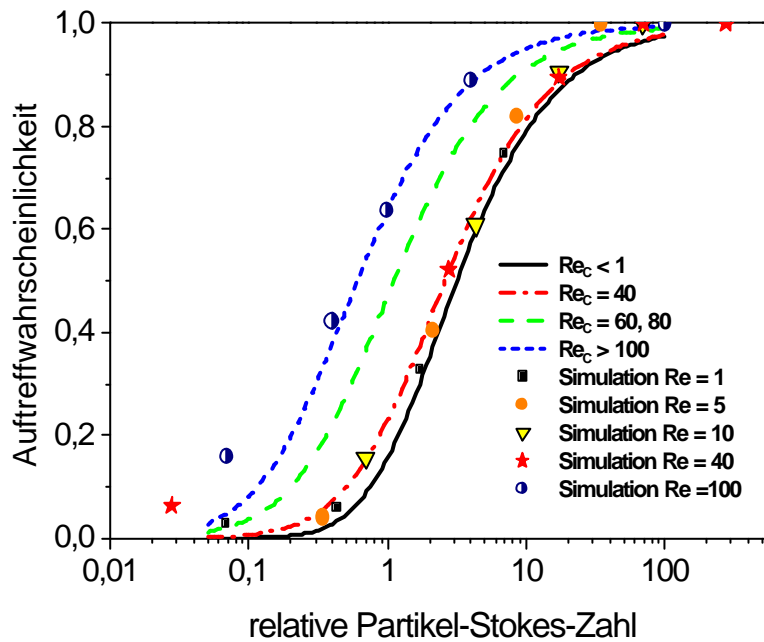
Die in dieser Arbeit berechnete Auftreffwahrscheinlichkeit ist eine statistische Größe. Sie wurde als das Verhältnis der Anzahl aller auftreffenden Partikeln zu der Anzahl aller injizierten Partikeln pro Einlassfläche der Gitter für Partikelzugabe definiert:

$$h_c = \left( \frac{N_c}{N_{inl}} \right)_j \quad (114)$$

Für die Untersuchung der Auftreffwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter wie der relativen Partikel-Stokes-Zahl und der Partikel-Reynoldszahl wurde die radiale Verteilung der statistisch berechneten Auftreffwahrscheinlichkeit analysiert. Im Bild 20 sind diese berechneten radialen Verteilungen im Vergleich zu den Ergebnissen von Schuch & Löffler (1978) aufgetragen. Die beiden Ergebnisse stimmen gut miteinander überein.



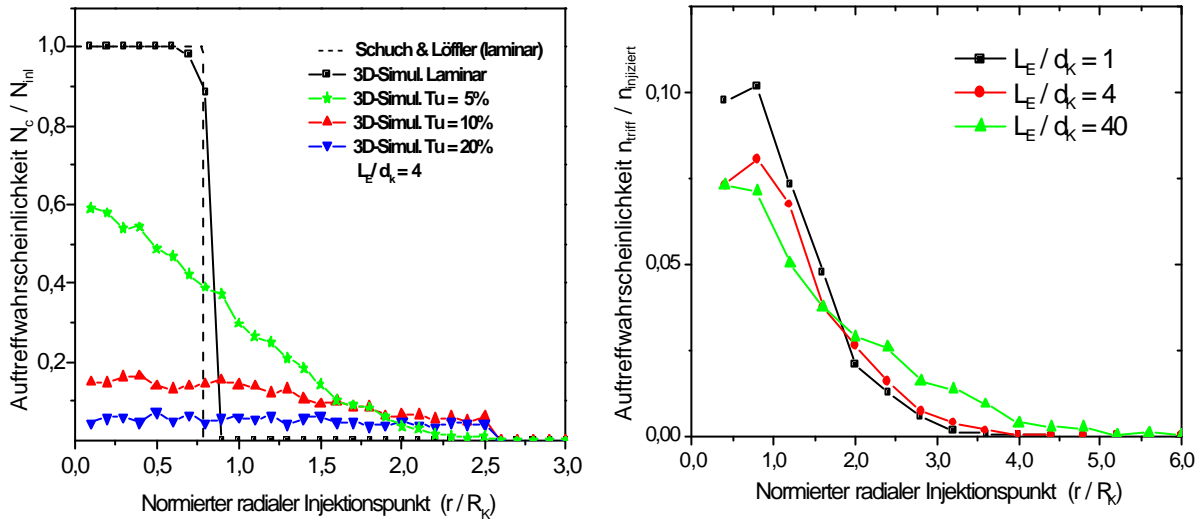
**Bild 20** Verteilungsfunktion der Auftreffwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen Partikelgrößenverhältnissen ( $d_p/d_k = 0,001; 0,025; 0,01; 0,05; 0,1$ ;  $Re = 1$ ) und Reynoldszahlen ( $Re = 1,5,10$ ;  $d_p/d_k = 0,025$ ). Vergleich zwischen 3D-Simulationen und Experimenten von Schuch & Löffler (1978).



**Bild 21** Lösungskurven für die Auftreffwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der relativen Partikel-Stokes-Zahl bei unterschiedlichen Strömungs-Reynoldszahlen, Vergleich mit Schuch & Löffler (1978)

Im Bild 21 sind die Lösungskurven der Gleichung (5) für die von  $St_{rel}$  abhängige Auftreffwahrscheinlichkeit in laminarer Strömung dargestellt. Es wird eine Erhöhung der Auftreffwahrscheinlichkeit infolge der Erhöhung der Reynoldszahl der Umströmung sowie

der Erhöhung der Partikel-Stokes-Zahl beobachtet. Dies ist die Folge des zunehmenden Trägheitseffektes. Für den Vergleich wurden die Ergebnisse der 3D-Simulationen aufgetragen. Sie stimmen gut mit den angegebenen Funktionsverläufen von Schuch & Löffler (1978) überein.



**Bild 22** Verteilungsfunktion der Auftreffwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen turbulenten Längenmaßen und Turbulenzintensitäten ( $Tu = 10\%$ ;  $Re_K = 5$  (rechts),  $Re_K = 10$  (links);  $d_P/d_K = 0,025$ )

Anhand von Bild 18 wurde festgestellt, dass sich die Injektionspositionen bei turbulenter Strömung in Abhängigkeit der Turbulenzintensität über der gesamten Einlassfläche verteilen. Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Auftreffwahrscheinlichkeit von weiteren Parametern wie der Partikel-Stokes-Zahl und den turbulenten Längenmaßen wurden die Verteilungsfunktionen der Auftreffwahrscheinlichkeit als Funktion des radialen Abstands des Injektionspunktes ermittelt. Im Bild 22 werden die Verläufe dieser Verteilungsfunktionen bei unterschiedlicher Turbulenzintensität und verschiedenen turbulenten Längenmaßen präsentiert. Die Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen ist keine Treppenfunktion mehr. Man erkennt, dass die Verteilungsfunktion der Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen von vielen Parametern wie der Turbulenzintensität, der Reynoldszahl, dem Verhältnis der Partikeldurchmesser und dem turbulenten Längenmaß abhängig ist. Eine Erhöhung der Turbulenzintensität führt zu einer deutlichen Abnahme der Auftreffwahrscheinlichkeit. Mit steigendem Verhältnis des integralen Längenmaßes zum Kollektordurchmesser werden die Verteilungen der



Auftreffwahrscheinlichkeit flacher. Dies beinhaltet eine stärkere laterale Dispersion der Partikel.

#### **4.4 Schlussfolgerungen**

Die numerischen Simulationsergebnisse zeigen, dass der hier verwendete theoretische Ansatz zur Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit nur im Fall der laminaren Umströmung seine Richtigkeit hat. Bei turbulenter Umströmung fällt die Richtung der relativen Partikelgeschwindigkeit nicht mit der Richtung der Fluidumströmung um dem Kollektor zusammen und die Auftreffwahrscheinlichkeit ist keine Treppenfunktion mehr. Sie kann in diesem Fall näherungsweise durch eine Normalverteilung beschrieben werden. Der theoretische Ansatz auf der Basis eines Querschnittsverhältnisses verliert hier seine Gültigkeit. Durch die numerischen Simulationsergebnisse konnte die Abhängigkeit der Auftreffwahrscheinlichkeit von verschiedenen Parametern wie der Turbulenzintensität, dem turbulenten Längenmaß, der relativen Partikel-Stokes-Zahl sowie der Kollektor-Reynoldszahl aufgezeigt werden.